

# Mecklenburg-Vorpommern



## Musterabitur Mathematik (CAS)

Grundkurs

Hinweise für die Lehrkraft  
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung  
(nicht für die Hand des Prüflings)

## Hinweise für die Lehrkraft

- Aufgabenbearbeitung:** Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.
- Der Prüfling erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet
- drei Pflichtaufgaben (Aufgaben 1, 2 und 3),
  - drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 4, 5, 6),
  - drei Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 7, 8, 9).
- Der Prüfling bearbeitet die drei Pflichtaufgaben und jeweils eine Wahlaufgabe aus jeder Aufgabengruppe.
- Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfling die Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Der Prüfungsteil B beinhaltet
- eine Pflichtaufgabe Analysis (Aufgabe 1),
  - zwei Wahlaufgaben Geometrie (Aufgaben 2 und 3) sowie
  - zwei Wahlaufgaben Stochastik (Aufgaben 4 und 5).
- Der Prüfling bearbeitet die Pflichtaufgabe Analysis, eine Wahlaufgabe Geometrie und eine Wahlaufgabe Stochastik.
- Bearbeitungszeit:** Die Bearbeitungszeit für die Prüfungsteile A und B beträgt einschließlich Auswahlzeit 285 Minuten. Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 100 Minuten betragen.
- Hilfsmittel:** Dem Prüfling stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:
- eine an der Schule eingeführte Formelsammlung (bzw. Tafelwerk),
  - ein an der Schule zugelassenes Computeralgebrasystem (CAS),
  - Zeichengeräte,
  - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
  - ein zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Für die Aufgaben des Teils A sind Formelsammlung (bzw. Tafelwerk) und CAS nicht zulässig.
- Bewertung:** Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.
- Im Teil A sind je Aufgabe 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, im Teil B in der Pflichtaufgabe 25 BE und in den Wahlaufgaben jeweils 15 BE. Bearbeitet ein Prüfling mehr Wahlaufgaben als gefordert, so wird jeweils die Aufgabe gewertet, welche die höchste Anzahl an BE erbringt.

Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Notenpunkte können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe im Teil A ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

## Bewertungstabelle – Grundkurs, Teile A und B

Bewertungseinheiten	Notenpunkte
76 bis 80	15
72 bis 75	14
68 bis 71	13
64 bis 67	12
60 bis 63	11
56 bis 59	10
52 bis 55	09
48 bis 51	08
44 bis 47	07
40 bis 43	06
36 bis 39	05
32 bis 35	04
27 bis 31	03
22 bis 26	02
16 bis 21	01
0 bis 15	00

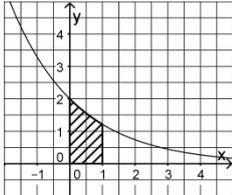
Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.

Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

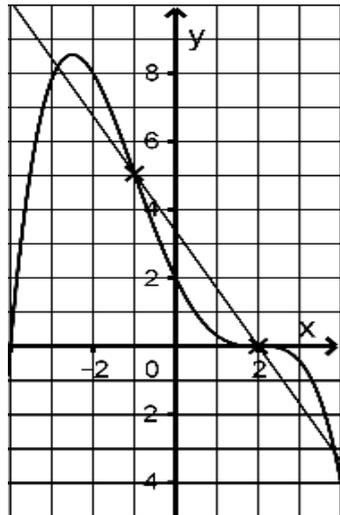
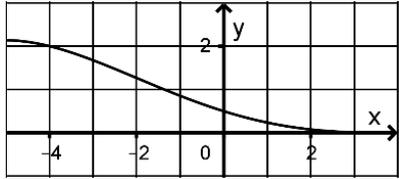
## Teil A Erwartungshorizont

Aufgabe	Pflichtaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$	2	
1.2	$\int_{-2}^0 (x^3 + 2x^2) dx = \left[ \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right]_{-2}^0 = \frac{4}{3}$	3	
2.1	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AB} \neq r \cdot \overrightarrow{AC} \text{ für alle } r \in \mathbb{R}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \overrightarrow{AB} + t \cdot \overrightarrow{AC}, s, t \in \mathbb{R}$	3	
2.2	$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BD} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (d - 1) + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 5 = 0 \Leftrightarrow d = -\frac{1}{3}$	2	
3.1	$0,85 \cdot 0,02 = 0,017$	2	
3.2	Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine zufällige ausgewählte Person, bei der der Test positiv ist, tatsächlich Heuschupfen hat.	3	
	<b>Summe:</b>	<b>15</b>	

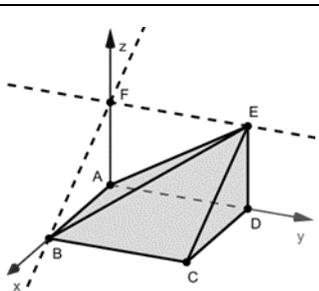
Aufgabe	Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 1	mögliche BE	erteilte BE																
4.1	$f(0) = 2, f'(0) = -1$ Damit: $y = -x + 2$	2																	
4.2	Z. B.  Term: $\int_0^1 f(x) dx$	3																	
5.1	$\overline{AC} = \overline{OA} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$	2																	
5.2	Da $\overline{OC} = 2 \cdot \overline{OA}$ gilt, liegen A, C und der Koordinatenursprung auf einer Gerade. Wegen $\overline{OB} \neq \lambda \cdot \overline{OA}$ für alle $\lambda \in \mathbb{R}$ , enthält diese Gerade nicht den Punkt B.	3																	
6.1	(6;W)	1																	
6.2	Zu dem Ereignis $\overline{B}$ gehören die vier Augenzahlen 1, 2, 3 und 4 der sechs möglichen Augenzahlen des Würfels. Daraus ergibt sich $P(\overline{B}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td><math>\overline{A}</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td><math>\frac{1}{12}</math></td> <td><math>\frac{1}{4}</math></td> <td><math>\frac{1}{3}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\overline{B}</math></td> <td><math>\frac{1}{6}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>\frac{2}{3}</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>\frac{1}{4}</math></td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td>1</td> </tr> </table>		A	$\overline{A}$		B	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\overline{B}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	4	
	A	$\overline{A}$																	
B	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$																
$\overline{B}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$																
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1																
	<b>Summe:</b>	<b>5</b>																	

Aufgabe	Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 2	mögliche BE	erteilte BE
7.1	$y = 4x - 8$	1	
7.2	Gleichung der Normale: $y = mx + n$ $f(u) = \frac{1}{2}u^2$ ; $m = -\frac{1}{f'(u)} = -\frac{1}{u}$ $\frac{1}{2}u^2 = -\frac{1}{u} \cdot u + n \Leftrightarrow n = \frac{1}{2}u^2 + 1$	4	
8.1	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ Damit: $(-4 6 6)$	2	
8.2	Das Dreieck ABC ist in C rechtwinklig. C liegt also auf dem Thaleskreis über $\overline{AB}$ , d. h. der Mittelpunkt $M(0 2 1)$ von $\overline{AB}$ hat von A, B und C den gleichen Abstand. Alle weiteren Punkte mit dieser Eigenschaft liegen auf der Lotgerade zur yz-Ebene durch M, beispielsweise der Punkt $(1 2 1)$ .	3	
9.1	$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$	2	
9.2	Mit $P(Y = 15) = P(Y = 12)$ ergibt sich: $P(Y = 14) = P(Y \leq 15) - P(Y = 15) - P(Y \leq 13)$ $\approx 0,78 - 0,13 - 0,5 = 0,15$	3	
	<b>Summe:</b>	<b>5</b>	

## Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis – Pflichtaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f'(x) = 4a \cdot x^3 + 3b \cdot x^2 + 2c \cdot x + d$ $f''(x) = 12a \cdot x^2 + 6b \cdot x + 2c$ $f(-2) = 8, f(1) = \frac{5}{16}, f(2) = 0, f''(2) = 0, f'(-2) = -2$ $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 2$	4	
1.2	Schnittpunkt mit der y-Achse: (0   2)	1	
1.3	$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2, f'''(-1) \neq 0, f(-1) = \frac{81}{16}$	3	
1.4	 $-\frac{27}{16} \cdot 2 + \frac{27}{8} = 0$ $-\frac{27}{16} \cdot (-1) + \frac{27}{8} = \frac{81}{16}$	3	
1.5	<p>Für <math>x \neq -1</math> und <math>x \neq 2</math> gilt</p> $f(x) = -\frac{27}{16}x + \frac{27}{8} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{5} \vee x = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5} \text{ mit}$ $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{5} < -1 \text{ und } \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5} > 2.$ $\int_{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{5}}^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5}} \left( f(x) - \left( -\frac{27}{16}x + \frac{27}{8} \right) \right) dx = 0$	4	
1.6	 $y = \frac{2187}{1024}$	2	

1.7	Für $-5 \leq x \leq 4$ hat $h'$ das Minimum $h'(-2) \approx 0,42$ , es handelt sich also um eine schwere Piste.	3	
1.8	Mit $i(x) = m \cdot (x+5) + h(-5) + 0,25$ liefern $i(x) = h(x)$ und $i'(x) = h'(x)$ als kleinste Lösung für $x$ , die größer als $-5$ ist, $x_1 \approx -3,3$ . Damit ergibt sich für den gesuchten Abschnitt $-5 \leq x \leq x_1$ .	5	
	<b>Summe:</b>	<b>25</b>	

Aufgabe	Analytische Geometrie – Wahlaufgaben	mögliche BE	erteilte BE
2.1	$10^2 + 10 \cdot  \overline{CE}  + 10 \cdot 6 \approx 277$ , d. h. der Inhalt der Oberfläche beträgt etwa $277 \text{ cm}^2$ .	3	
2.2	$\tan \varphi = \frac{ \overline{DE} }{ \overline{CD} } = \frac{6}{10}$ , d. h. $\varphi \approx 31^\circ$	2	
2.3	Bezeichnet man im Modell denjenigen Punkt der gesuchten Linie, der auf $\overline{BE}$ liegt, mit P, so ist die Länge der Linie aufgrund der Symmetrie des Körpers $2 \cdot  \overline{PC} $ . Da die Linie möglichst kurz sein soll, steht $\overline{PC}$ senkrecht zu $\overline{PB}$ .	4	
2.4.1		2	
2.4.2	Volumen des Körpers ABCDE: $V = \frac{1}{3} \cdot  \overline{AB} ^2 \cdot  \overline{DE} $ Volumen des Körpers ABCDEF: $\frac{1}{2} \cdot  \overline{AB} ^2 \cdot  \overline{DE}  = \frac{3}{2} \cdot V = V + 50\% \cdot V$	4	

3.1	Die Gleichung der Ebene enthält keine x-Komponente.	1	
3.2	$V = A_G \cdot h = \left(  \overline{AB}  \cdot  \overline{BC}  + \frac{ \overline{AD}  \cdot  y_E }{2} \right) \cdot  \overline{AF} $ $V = \left( 12 \cdot 7 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 \right) \cdot 10 = 980$ <p>Das Fassungsvermögen der Schuttmulde beträgt ca. <math>1\text{m}^3</math>.</p>	4	
3.3	$M_{BC}(10 12 3,5),  \overline{FM}_{BC}  = \frac{5}{2}\sqrt{41} \approx 16$ <p>16 dm = 160 cm</p> $\cos \beta = \frac{\overline{FM}_{BC} \circ \overline{e_z}}{ \overline{FM}_{BC}  \cdot  \overline{e_z} } = \frac{\begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 3,5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\frac{5}{2}\sqrt{41}} \Rightarrow \beta \approx 77^\circ$ <p>Neigungswinkel <math>\delta \approx 13^\circ</math></p>	6	
3.4	Die Schuttmulde muss so angekippt werden, dass im Modell die Gerade durch die Punkte E und C parallel zur y-Achse verläuft. Man bestimmt den Winkel $\alpha$ , den die Gerade durch die Punkte E und C mit der Gerade durch die Punkte A und B einschließt. Um diesen Winkel $\alpha$ muss die Schuttmulde angekippt werden.	4	
	<b>Summe:</b>	<b>15</b>	

Aufgabe	Stochastik – Wahlaufgaben	mögliche BE	erteilte BE																
4.1	<p>X: Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen</p> <p><math>200 \cdot 0,8 = 160</math></p> <p><math>P_{0,8}^{200}(152 \leq X \leq 168) \approx 86,8\%</math></p>	3																	
4.2	<p><math>P_{0,8}^{209}(X &gt; 160) \approx 87,57\%</math>, <math>P_{0,8}^{210}(X &gt; 160) \approx 90,04\%</math></p> <p>Es müssten mindestens 210 Erwachsene ausgewählt werden.</p>	4																	
4.3.1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td><math>\bar{A}</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>0,161</td> <td>0,639</td> <td>0,8</td> </tr> <tr> <td><math>\bar{B}</math></td> <td>0,018</td> <td>0,182</td> <td>0,2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,179</td> <td>0,821</td> <td>1</td> </tr> </table>		A	$\bar{A}$		B	0,161	0,639	0,8	$\bar{B}$	0,018	0,182	0,2		0,179	0,821	1	2	
	A	$\bar{A}$																	
B	0,161	0,639	0,8																
$\bar{B}$	0,018	0,182	0,2																
	0,179	0,821	1																
4.3.2	<p><math>1 - P(A \cup B) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,182</math></p> <p>Etwa 18 % der Prüflinge waren jünger als 30 Jahre und haben die Prüfung nicht bestanden.</p>	3																	
4.3.3	<p><math>P_A(B) = \frac{0,161}{0,179} \approx 0,9</math>; <math>P(B) = 0,8</math></p> <p>Aufgrund der Ungleichheit der beiden Wahrscheinlichkeiten sind A und B nicht stochastisch unabhängig.</p>	3																	
5.1	<p>A: „Eine Person hat Abitur.“ W: „Eine Person ist weiblich.“</p>	3																	
5.2	<p><math>0,36 \cdot 0,46 + 0,64 \cdot 0,53 \approx 0,505</math></p> <p>Der Anteil der nicht weiblichen Personen in der betrachteten Bevölkerungsgruppe beträgt 50 %.</p>	2																	
5.3	<p><math>P_W(A) = \frac{0,36 \cdot 0,54}{0,36 \cdot 0,54 + 0,64 \cdot 0,47} \approx 0,393</math></p> <p>Unter den weiblichen Personen haben 39 % Abitur.</p>	3																	

5.4	Erwartungswert: $36\% \cdot 100 = 36$ $P_{0,36}^{100}(X < 36) \approx 46\%$	3	
5.5	Mit $P_{0,36}^{45}(X > 20) \approx 9\%$ und $P_{0,36}^{46}(X > 20) \approx 11\%$ ergibt sich $21 \leq n \leq 45$ .	4	
	<b>Summe:</b>	<b>15</b>	