

# Mecklenburg-Vorpommern



---

Nachname, Vorname des Prüflings

## Musterabitur

### Mathematik

Leistungskurs

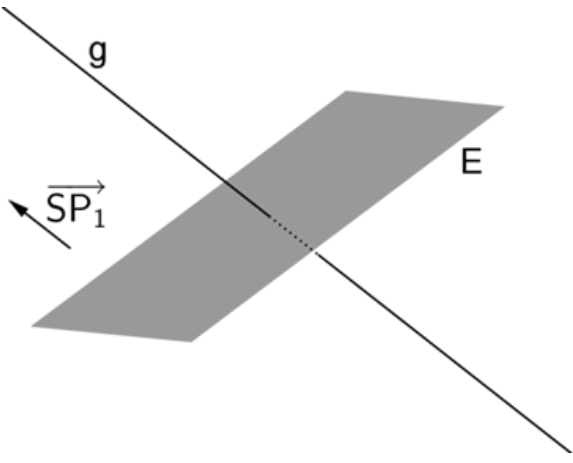
Prüfungsteil A – hilfsmittelfreie Aufgaben

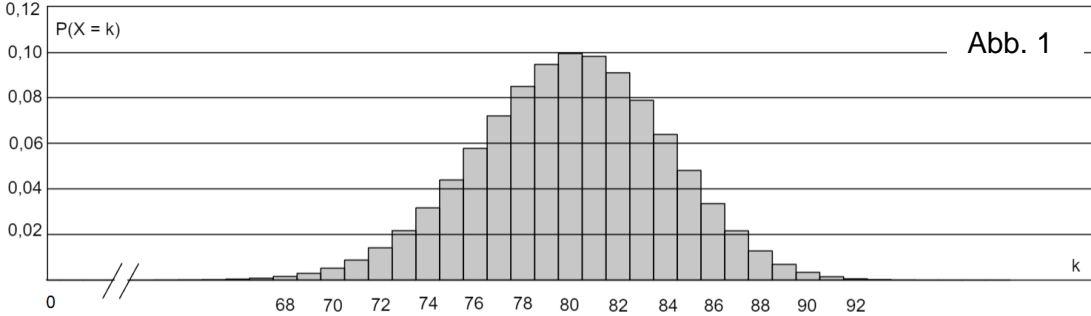
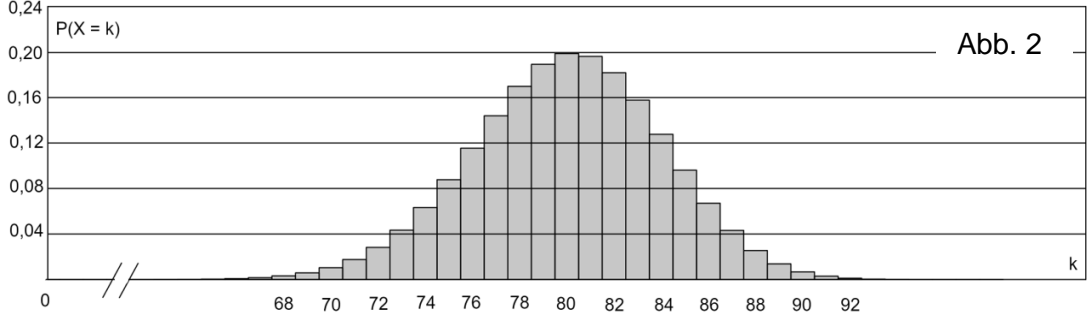
## Hinweise für den Prüfling

- Aufgabenbearbeitung:** Tragen Sie zuerst auf dem Deckblatt Ihren Nachnamen und Vornamen ein.
- Der Prüfungsteil A beinhaltet
- 4 Pflichtaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 1 bis 4),
  - 6 Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 5 bis 10).
- Bearbeiten Sie die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben.
- Fertigen Sie die Lösungen im vorliegenden Aufgabendokument an, zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Dokument einzulegen.
- Bearbeitungszeit:** Für den Prüfungsteil A beträgt die Bearbeitungszeit einschließlich Auswahlzeit maximal 110 Minuten.
- Hilfsmittel:** Bearbeiten Sie die Aufgaben ohne Zuhilfenahme einer Formelsammlung (bzw. Tafelwerk) oder eines Taschenrechners.
- Folgende Hilfsmittel stehen zur Verfügung:
- Zeichengeräte,
  - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
  - ein zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Bewertung:** Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.
- Je Aufgabe sind 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. Bearbeitet ein Prüfling mehr Wahlaufgaben als gefordert, so wird jeweils die Aufgabe gewertet, welche die höchste Anzahl an BE erbringt.

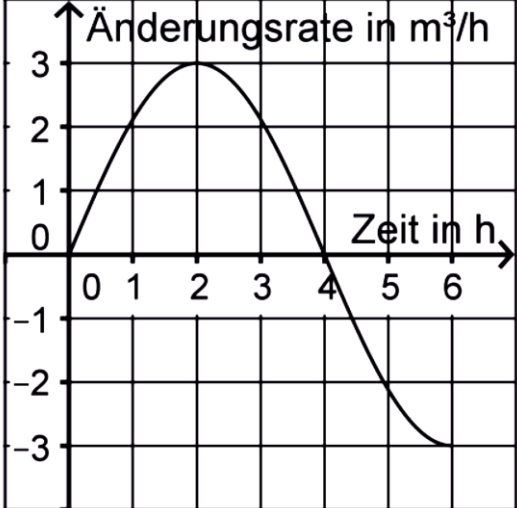
<b>1 Analysis – Pflichtaufgabe</b>	BE
Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktionen $f_k(x) = x^4 + (2 - k) \cdot x^3 - k \cdot x^2$ mit $k \in \mathbb{R}$ .	
1.1 Begründen Sie, dass der Graph von $f_2$ symmetrisch bezüglich der $y$ -Achse ist.	1
1.2 Es gibt einen Wert von $k$ , für den 1 eine Wendestelle von $f_k$ ist. Berechnen Sie diesen Wert von $k$ .	4

<b>2 Analysis – Pflichtaufgabe</b>	<b>BE</b>
Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f$ mit $f(x) = \cos x$ und $g$ mit $g(x) = -x + \frac{\pi}{2}$ . Die Graphen von $f$ und $g$ haben in ihrem einzigen gemeinsamen Punkt $P\left(\frac{\pi}{2} \mid 0\right)$ die gleiche Steigung.	
2.1 Ermitteln Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von $f$ , der Graph von $g$ und die $y$ -Achse einschließen.	3
2.2 Geben Sie eine Gleichung einer Tangente an den Graphen von $f$ an, die die beiden folgenden Eigenschaften hat: <ul style="list-style-type: none"><li>• Die Tangente verläuft parallel zum Graphen von <math>g</math>.</li><li>• Die Tangente enthält nicht den Punkt <math>P</math>.</li></ul>	2

3 Analytische Geometrie – Pflichtaufgabe	BE
Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und die Ebene $E: x + 2y - 2z = 2$ schneiden sich im Punkt $S$ .	
3.1 Berechnen Sie die Koordinaten von $S$ .	3
3.2 Der Punkt $P_1$ liegt auf $g$ , aber nicht in $E$ . Die Abbildung zeigt die Ebene $E$ , die Gerade $g$ sowie einen Repräsentanten des Vektors $\overrightarrow{SP_1}$ . Für den Punkt $P_2$ gilt $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}$ , wobei $O$ den Koordinatenursprung bezeichnet. Zeichnen Sie die Punkte $S$ , $P_1$ und $P_2$ in die Abbildung ein.  	2

4 Stochastik – Pflichtaufgabe	BE
<p>4.1 Die Zufallsgröße <math>X</math> ist binomialverteilt mit <math>n = 100</math> und <math>p = 0,8</math>. Eine der beiden Abbildungen stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von <math>X</math> dar.</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">  <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">Abb. 1</p>  <p style="text-align: right; margin-right: 20px;">Abb. 2</p> </div> <p>Entscheiden Sie, welche Abbildung diese Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt. Begründen Sie, warum die andere Abbildung diese Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht darstellt.</p>	2
<p>4.2 Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße <math>Y</math> mit den Parametern <math>n</math> und <math>p</math>. Es gilt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Der Erwartungswert von <math>Y</math> ist 8.</li> <li>• Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von <math>Y</math> ist symmetrisch.</li> </ul> <p>Ermitteln Sie den Wert der Standardabweichung von <math>Y</math>.</p>	3

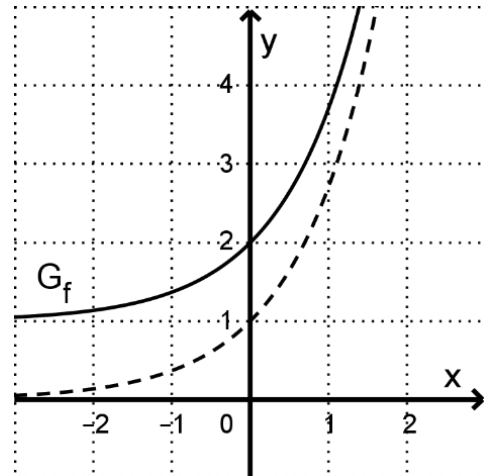
**Hinweis:** Von den folgenden Wahlaufgaben 5 bis 10 sind **zwei** zu bearbeiten.

5 <b>Analysis – Wahlaufgabe</b>	BE
<p>Abbildung 1 stellt für einen Wassertank die Zufluss- bzw. Abflussrate (in <math>\frac{\text{m}^3}{\text{h}}</math>) von Wasser für einen Beobachtungszeitraum von sechs Stunden (h) dar. Zu Beginn der Beobachtung enthält der Tank <math>2 \text{ m}^3</math> Wasser.</p> <p style="text-align: center;">Abbildung 1</p>	
<p>5.1 Bestimmen Sie das Volumen des Wassers, das sich zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn im Tank befindet.</p>	2
<p>5.2 Skizzieren Sie in Abbildung 2 den Graphen, der die Entwicklung des Volumens des Wassers im Tank in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.</p> <p style="text-align: center;">Abbildung 2</p>	3

**6 Analysis – Wahlaufgabe**

BE

Die Abbildung zeigt den Graphen  $G_f$  einer in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  sowie den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von  $f$ .



6.1 Geben Sie die Steigung der Tangente an  $G_f$  im Punkt  $(0 | f(0))$  an.

1

6.2 Betrachtet wird die Schar der Funktionen  $g_c$  mit  $c \in \mathbb{R}^+$ . Der Graph von  $g_c$  geht aus  $G_f$  durch Streckung mit dem Faktor  $c$  in  $y$ -Richtung hervor. Die Tangente an den Graphen von  $g_c$  im Punkt  $(0 | g_c(0))$  schneidet die  $x$ -Achse. Bestimmen Sie rechnerisch die  $x$ -Koordinate des Schnittpunkts.

4

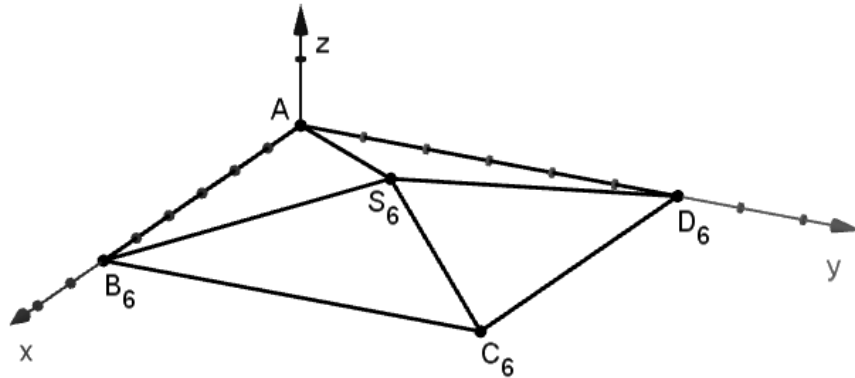


7 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe	BE
Der Punkt $P(0 1 5)$ ist Eckpunkt eines Quadrats. Orthogonal zu der Ebene, in der dieses Quadrat liegt, verläuft die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ .	
7.1 Begründen Sie, dass das Quadrat in der $yz$ -Ebene liegt.	2
7.2 Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen des Quadrats liegt auf der Gerade $g$ , der Punkt $Q(0 8 4)$ in der $yz$ -Ebene. Zeigen Sie, dass $Q$ einer der beiden Eckpunkte des Quadrats ist, die dem Eckpunkt $P$ benachbart sind.	3

**8 Analytische Geometrie – Wahlaufgabe**

BE

In einem Koordinatensystem werden die geraden Pyramiden  $AB_tC_tD_tS_t$  mit  $A(0|0|0)$ ,  $B_t(t|0|0)$ ,  $C_t(t|t|0)$  und  $D_t(0|t|0)$  und  $t \in \mathbb{R}^+$  betrachtet; die Punkte  $S_t$  haben jeweils die z-Koordinate  $\frac{t}{8}$ . Die Abbildung zeigt die Pyramide für  $t = 6$ .



Die Ebene  $E: 3y + 4z = 24$  enthält den Punkt  $S_t$  für  $t = 12$ .

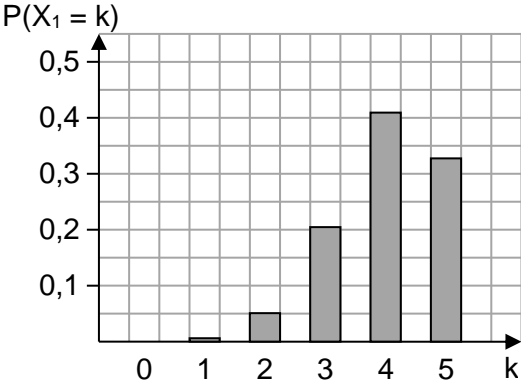
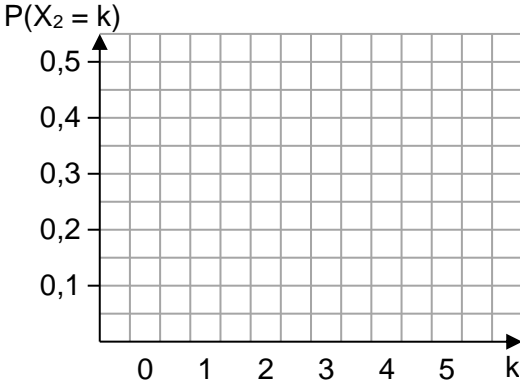
8.1 Begründen Sie, dass  $E$  parallel zur  $x$ -Achse verläuft.

1

8.2 Untersuchen Sie, für welche Werte von  $t$  die Pyramide und die Ebene  $E$  gemeinsame Punkte haben.

4

<b>9 Stochastik – Wahlaufgabe</b>	<b>BE</b>
<p>Eine Urne A ist mit fünf roten und fünf blauen Kugeln gefüllt, eine Urne B mit <math>n</math> roten und <math>3 \cdot n</math> blauen, wobei <math>n &gt; 0</math> gilt. Aus der Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne B gelegt. Danach wird aus der Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in die Urne A gelegt. Nun befindet sich in der Urne A eine unbekannte Anzahl roter Kugeln.</p>	
9.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für diese unbekannte Anzahl an.	1
9.2 Für einen bestimmten Wert von $n$ beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die unbekannte Anzahl roter Kugeln in der Urne A fünf ist, $\frac{15}{29}$ . Bestimmen Sie diesen Wert von $n$ .	4

10 Stochastik – Wahlaufgabe	BE
Die binomialverteilten Zufallsgrößen $X_1$ und $X_2$ geben für Trefferwahrscheinlichkeiten von $p_1 = 0,8$ bzw. $p_2 = 0,2$ jeweils die Anzahl der Treffer bei fünf Versuchen an.	
10.1 Betrachtet wird die Zufallsgröße $X_1$ . Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit für genau einen Treffer berechnet werden kann.	1
10.2 Geben Sie für eine der beiden Zufallsgrößen ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term angegeben wird: $1 - \left( \binom{5}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 + \binom{5}{4} \cdot 0,8^4 \cdot 0,2^1 + \binom{5}{5} \cdot 0,8^5 \right)$	2
10.3 Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X_1$ . Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von $X_2$ in Abbildung 2 dar. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Abbildung 2</p> </div> </div>	2