

Mecklenburg-Vorpommern



Nachname, Vorname des Prüflings

Musterprüfung zur Fachhochschulreife Mathematik

Prüfungsteil B – komplexe Aufgaben

Hinweise für den Prüfling

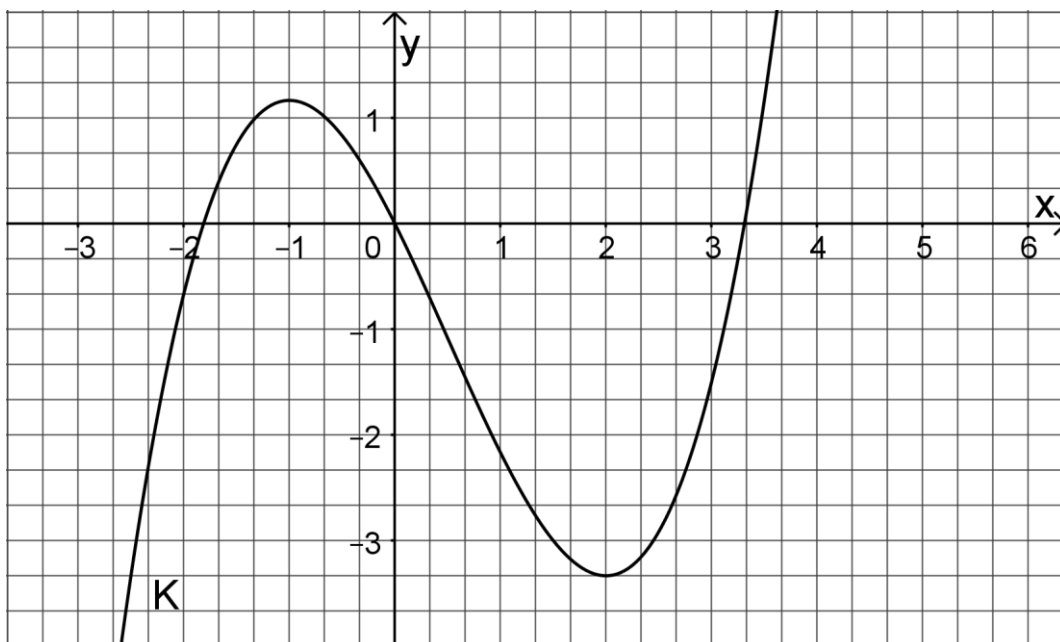
- Aufgabenbearbeitung:** Tragen Sie zuerst auf dem Deckblatt Ihren Nachnamen und Vornamen ein.
Der Prüfungsteil B beinhaltet 1 Pflichtaufgabe aus dem Sachgebiet Analysis und 3 Wahlaufgaben, davon 2 Aufgaben aus der Analysis und 1 aus der Stochastik. Zu bearbeiten sind die Pflichtaufgabe sowie zwei der drei Wahlaufgaben.
Sofern ein entsprechender Hinweis in einer Teilaufgabe gegeben wird, sollen graphische Darstellungen im vorliegenden Aufgabendokument angefertigt werden, andernfalls verwenden Sie bitte bereitgestelltes Papier bzw. Millimeterpapier. Geben Sie auf der Reinschrift Ihren Namen sowie die bearbeitete Wahlaufgabe an und nummerieren Sie die Seiten Ihrer Arbeit fortlaufend.
- Bearbeitungszeit:** Die Arbeitszeit für den Prüfungsteil B beträgt einschließlich Auswahlzeit 175 Minuten.
- Hilfsmittel:** Folgende Hilfsmittel stehen im Prüfungsteil B zur Verfügung:
- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
 - ein an der Schule eingeführter, nicht graphikfähiger wissenschaftlicher Taschenrechner ohne CAS,
 - Zeichengeräte,
 - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
 - ein zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Bewertung:** Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.
Im Prüfungsteil B sind in der Pflichtaufgabe 20 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, in den Wahlaufgaben sind es jeweils 15 BE. Bearbeitet ein Prüfling drei Wahlaufgaben, so werden diejenigen Aufgaben gewertet, welche die höchsten Anzahlen an BE erbringen.
Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung, bei eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen sowie bei vollständiger Lösung einer zusätzlichen Wahlaufgabe. Maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden.

1 Analysis – Pflichtaufgabe

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ ($x \in \mathbb{R}$).

Der Graph von f ist K . In der Abbildung ist K dargestellt.

- 1.1 Begründen Sie mithilfe der Funktionsgleichung, dass K durch den Koordinatenursprung verläuft. 1 BE
- 1.2 Eine Gerade schneidet K in den Punkten $A\left(-2 \mid -\frac{2}{3}\right)$ und $B\left(3 \mid -\frac{3}{2}\right)$. 6 BE
Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Wendepunkt von K auf dieser Gerade liegt.
- 1.3 Gegeben ist eine weitere Funktion g mit der Gleichung: $g(x) = -2x \cdot e^x$.
- 1.3.1 Weisen Sie nach, dass $g'(x) = -2e^x \cdot (1+x)$ die Gleichung der 1. Ableitungsfunktion von g ist. 2 BE
- 1.3.2 Zeigen Sie, dass $f'(0) - g'(0) = 0$ gilt, und deuten Sie diese Gleichung in Bezug auf den Verlauf der Graphen von f und g im Koordinatenursprung. 3 BE
- 1.4 Die Gerade h mit der Gleichung $h(x) = -\frac{1}{6}x - 1$, die Gerade m mit der Gleichung $m(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}$ und K schließen im 4. Quadranten eine Fläche ein.
- 1.4.1 Stellen Sie die beschriebene Fläche in der Abbildung graphisch dar. Ergänzen Sie dazu notwendige Eintragungen. 3 BE
- 1.4.2 Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche. 5 BE



2 Analysis – Wahlaufgabe

Eine Entwässerungsrinne soll neu entwickelt werden. Zur Anschauung ist in der Abbildung 1 ein ähnliches Produkt dargestellt.

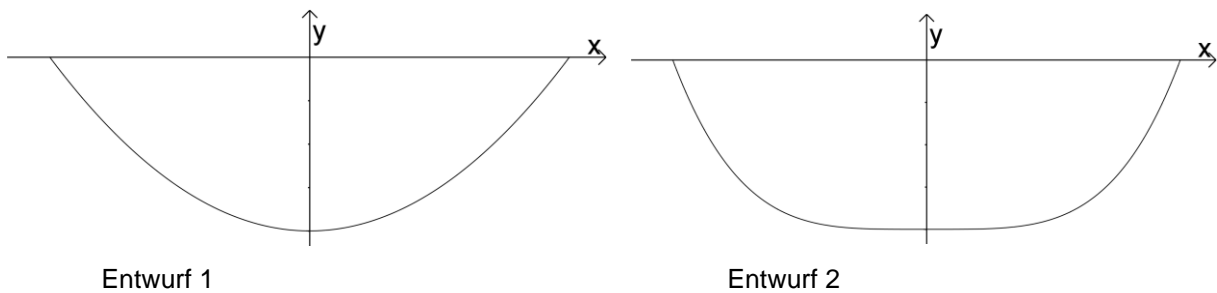


Abbildung 1

Im Modell werden zur Beschreibung der inneren Randlinie der neu zu entwickelnden Entwässerungsrinne zwei Entwürfe vorgelegt (siehe Abbildung 2). Die ebene Abdeckung wird im Modell jeweils durch die x -Achse dargestellt. Eine Längeneinheit im Modell entspricht einem Zentimeter in der Realität.

Entwurf 1: Die innere Randlinie wird mit Hilfe des Graphen der quadratischen Funktion $f(x) = \frac{1}{9}x^2 - 4$ beschrieben.

Entwurf 2: Die innere Randlinie wird mit Hilfe des Graphen der Funktion $g(x) = ax^4 - 4$ und einer reellen Zahl a beschrieben.



- 2.1 Die maximale Breite der Entwässerungsrinne soll im Innern 12 cm betragen. 4 BE
 Zeigen Sie, dass der Entwurf 1 diese Vorgabe einhält, und berechnen Sie den Wert a aus der Funktion g , damit diese Vorgabe auch vom Entwurf 2 eingehalten wird.
- 2.2 Berechnen Sie für den Entwurf 1 das maximale Fassungsvermögen eines 1 m langen Teilstücks einer solchen Entwässerungsrinne in Liter. 4 BE

Der Aufgabentext wird auf der folgenden Seite fortgesetzt.

2.3 Im Zuge der Neuentwicklung wurde die folgende Berechnung durchgeführt. 5 BE

I. $d(u) = f(u) - g(u) = -\frac{1}{324}u^4 + \frac{1}{9}u^2$

II. $d'(u) = -\frac{1}{81}u^3 + \frac{2}{9}u$, $d''(u) = -\frac{1}{27}u^2 + \frac{2}{9}$

III. $d'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 0 \vee u = \pm 3\sqrt{2}$

IV. $d''(3\sqrt{2}) < 0$, $d(3\sqrt{2}) = 1$

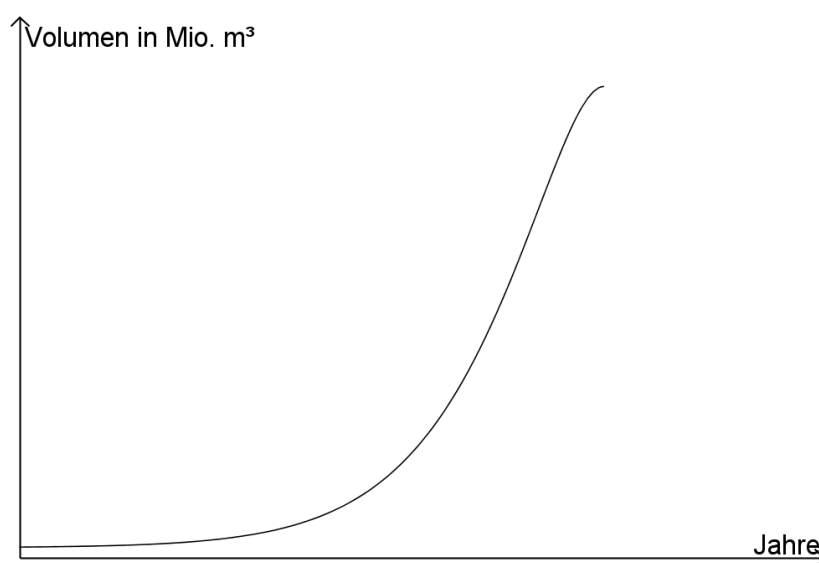
Formulieren Sie im Sachzusammenhang eine dazu geeignete Aufgabenstellung und veranschaulichen Sie diesen Sachzusammenhang graphisch.

2.4 Begründen Sie, dass zur Beschreibung der inneren Randlinie der neu zu entwickelnden Entwässerungsrinne keine der Funktionen h_b mit der Gleichung 2 BE

$h_b(x) = bx^3 - 4$, $b \in \mathbb{R}^+$ infrage kommt.

3 Analysis – Wahlaufgabe

In den Wäldern Deutschlands hat in den vergangenen Jahren der Schadhholzeinschlag aufgrund von Insektenbefall stark zugenommen. Ausgehend von dem jährlich zu einem Stichtag ermittelten Volumen dieses geschlagenen Schadhholzes kann für den Zeitraum von 2011 bis 2020 dessen Volumen näherungsweise mithilfe der Funktion f mit $f(x) = \left(-\frac{1}{190}x + \frac{1}{19}\right) \cdot e^x + 1$ modelliert werden. Dabei ist $f(x)$ das Volumen dieses Schadhholzes in Millionen Kubikmeter und x die seit Messbeginn im Jahr 2011 vergangene Zeit in Jahren (siehe Abbildung).



- 3.1 Berechnen Sie das Volumen des aufgrund von Insektenbefall geschlagenen Schadhholzes jeweils für das Jahr 2014 und das Jahr 2018. 2 BE
- 3.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass dieses Modell für die Beschreibung des durch Insektenbefall verursachten Holzeinschlags im Jahr 2022 nicht geeignet ist. 2 BE
- 3.3 Ermitteln Sie die Koordinaten des Extrempunktes des Graphen von f und begründen Sie, dass f kein weiteres Extremum besitzt. 6 BE
- 3.4 Für jeden reellen Wert von x mit $0 \leq x \leq 9$ gilt $f'(8) > f'(x)$ mit $x \neq 8$. Beschreiben Sie die besondere Bedeutung der Stelle $x = 8$ im Sachzusammenhang. 2 BE
- 3.5 Ermitteln Sie den Wert des Terms $\int_7^9 f'(x) dx$ und deuten Sie diesen Wert im Sachzusammenhang. 3 BE

4 Stochastik – Wahlaufgabe

In einem Produktionsbetrieb werden Rohre mit Gewinde, sogenannte Rohrnippel, hergestellt.

Bei der Herstellung kann ein Gewindefehler (G) und ein Längenfehler (L) auftreten. Andere Fehler treten nicht auf. 6 % aller Rohre weisen einen Gewindefehler auf, von denen haben 8 % auch einen Längenfehler. Unter allen Rohrnippeln haben 4,7 % keinen Gewindefehler, aber einen Längenfehler.



- 4.1 Weisen Sie nach, dass unter den Rohren, die keinen Gewindefehler aufweisen, 5 % einen Längenfehler haben. 2 BE
- 4.2 Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. 2 BE
- 4.3 Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $(1 - 0,06 \cdot 0,08)^{10}$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 3 BE
- 4.4 Ein zufällig der laufenden Produktion entnommener Rohrnippel hat einen Längenfehler. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Rohrnippel einen Gewindefehler hat. 3 BE
- 4.5 Für den Längenzuschnitt der Rohrnippel soll eine neue Maschine gekauft werden. Es stehen zwei Maschinen A und B zur Auswahl, die beim Lieferanten getestet werden. Ein Test für den Zuschnitt von jeweils 1 Meter langen Rohren mit beiden Maschinen ergab folgende Daten. 5 BE

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Maschine A Länge in m	1,001	1,004	1,001	0,999	0,997	0,995	0,998	1,000	1,005
Maschine B Länge in m	1,002	0,999	0,995	1,005	1,002	0,998	0,997	1,005	0,997

Entscheiden Sie mithilfe geeigneter statistischer Kenngrößen, welche Maschine gewählt werden sollte. Begründen Sie Ihre Entscheidung.